5.1. CONCEPT OF STABILITY

The concept of stability is very important to analyse and design the system. A system is said to be stable if its response cannot be made to increase indefinitely by the application of a bounded input excitation. If the output approaches towards infinite value for sufficiently large time, the system is said to be unstable.

A linear time invariant (LTI) system is stable if

1. The system is excited by a bounded input, the output is bounded (BIBO stability criteria).
2. In the absence of the input, the output tends towards zero (the equilibrium state of the system). This is known as asymptotic stable.

Consider the transfer function

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1}s^{m-1} + \ldots a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0} \quad \ldots(5.1)$$

The output is given by

$$C(t) = \int_0^\infty g(\tau) r(t-\tau)\, d\tau \quad \ldots(5.2)$$

where $g(\tau) = \pounds^{-1} G(s)$ = impulse response of the system. So, a system is said to be stable if the impulse response approaches zero for sufficiently large time. If the impulse response approaches infinity for suffciently large time, the system is said to be unstable. If the impulse response approaches a constant value for sufficiently large time, the system is said to be marginally stable.

১. Stability (স্থায়িত্ব) কী?

- **Stable (স্ট্যাবল):** একটি সিস্টেমে একটি নির্দিষ্ট বা সীমিত ইনপুট (Bounded Input) দিলে যদি তার আউটপুটও একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে (Bounded Output) থাকে, তবে তাকে **Stable System** বলে।
- **Unstable (আনস্ট্যাবল):** সময় বাড়ার সাথে সাথে যদি আউটপুট বাড়তে বাড়তে অসীম (∞) হয়ে যায়, তবে সিস্টেমটি **Unstable**।

২. LTI System-এর Stability-এর ২টি শর্ত:

1. **BIBO Stability (Bounded Input, Bounded Output):** সীমিত ইনপুট দিলে আউটপুটও সীমিত থাকবে।
2. **Asymptotic Stability:** যদি ইনপুট বন্ধ বা শূন্য করে দেওয়া হয়, তবে আউটপুটও আস্তে আস্তে কমে শূন্য (0) হয়ে যাবে।

৩. Impulse Response দিয়ে ৩ ধরনের Stability-র সংজ্ঞা (সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ অংশ):

দীর্ঘ সময় পর ($t \to \infty$) সিস্টেমের Impulse Response $g(t)$-এর আচরণের ওপর ভিত্তি করে ৩টি অবস্থা হয়:

- **Stable System:** সময় বাড়ার সাথে সাথে Impulse Response যদি কমে **শূন্যের (0) দিকে চলে যায়**, তবে সিস্টেমটি **Stable**।
- **Unstable System:** সময় বাড়ার সাথে সাথে Impulse Response যদি বাড়তে বাড়তে **অসীমের (∞) দিকে চলে যায়**, তবে সিস্টেমটি **Unstable**।
- **Marginally Stable System:** সময় বাড়ার সাথে সাথে Impulse Response যদি শূন্যও না হয় আবার অসীমও না হয়—বরং একটি **নির্দিষ্ট ধ্রুবক মানে (Constant Value) স্থির থাকে** বা oscillate করে, তবে তাকে **Marginally Stable** বলে।

Impulse Response (ইমপালস রেসপন্স) হলো—কোনো সিস্টেমে হঠাৎ করে একটি খুব ক্ষণস্থায়ী কিন্তু তীব্র সিগন্যাল (যাকে **Impulse Signal** বা $\delta(t)$ বলা হয়) ইনপুট হিসেবে দিলে, সিস্টেমটি প্রতিক্রিয়া হিসেবে আউটপুটে যা প্রদান করে।

বিষয়টি সহজে বোঝার জন্য কয়েকটি উদাহরণ ও পয়েন্ট নিচে দেওয়া হলো:

- **দৈনন্দিন জীবনের উদাহরণ:**
  - **ঘণ্টা বজান (Bell):** একটি ঝুলন্ত হাতুড়ি দিয়ে একটি ধাতব ঘণ্টায় হঠাৎ জোরে একটা টোকা বা আঘাত দিলেন (এটি হলো Impulse Input)। আঘাত করার পর ঘণ্টাটি কাঁপতে থাকবে এবং শব্দ তৈরি করে আস্তে আস্তে থামবে—এই যে শব্দের রেসপন্স, এটাই হলো ঘণ্টাটির **Impulse Response**।
  - **তালি বাজানো (Echo in a room):** একটি খালি ঘরে হঠাৎ হাত দিয়ে একটি জোরালো তালি দিলেন। তালির শব্দ ঘরের দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে প্রতিফলিত হয়ে কীভাবে ও কতক্ষণ পর মিলিয়ে গেল—সেটি ওই ঘরের ইমপালস রেসপন্স।

ভগ্নাংশের (Fraction) লব এবং হর-এর ইংরেজি নাম:

- লব (Lob): Numerator
- হর (Hor): Denominator

সংক্ষেপে মনে রাখার সহজ উপায়:

$$\text{Fraction} = \frac{\text{Numerator}}{\text{Denominator}} = \frac{\text{লব}}{\text{হর}}$$

- Numerator $\longrightarrow$ North (উপরে থাকে)
- Denominator $\longrightarrow$ Down (নিচে থাকে)

5.2. EFFECT OF LOCATION OF POLES ON STABILITY

(a) Poles on Negative Real Axis

Consider a simple pole at $s = -a$ as shown in fig. 5.1*a*., the corresponding impulse response is given by

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}G(s) = \mathcal{L}^{-1}\frac{K}{s+a} = K.e^{-at} \qquad ...(5.3)$$

As the time '*t*' increases, the response approaches zero and the system is stable. The response is shown in fig 5.1(*b*).

(*a*) Simple plle on negative real axis (*b*) Response

Fig. 5.1.

এই টপিকটিতে বোঝানো হয়েছে **Pole (পোল)** যদি s-plane-এর নেগেটিভ রিয়েল অ্যাক্সিসে (বামপাশে) থাকে, তবে সিস্টেমটি কীভাবে **Stable** হয়।

সহজ ভাষায় ৩টি পয়েন্টে পুরো বিষয়টি বুঝে নিন:

১. Pole-এর অবস্থান ($s = -a$)

- চিত্রে (a) দেখুন, Pole-কে '$\times$' চিহ্ন দিয়ে নেগেটিভ রিয়েল অ্যাক্সিসে ($-a$) দেখানো হয়েছে।
- এর Transfer Function হলো: $G(s) = \frac{K}{s+a}$

২. Inverse Laplace Transformation

$G(s)$-কে Inverse Laplace Transformation করলে সিস্টেমটির **Impulse Response** $g(t)$ পাওয়া যায়:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s+a}\right\} = Ke^{-at}$$

৩. সময় বাড়লে কী ঘটে? (Stability-র প্রমাণ)

- যেহেতু পাওয়ারে মাইনাস আছে (Negative Exponential e^{-at}):
  - $t = 0$ হলে, $g(0) = Ke^0 = K$ (আউটপুটের সর্বোচ্চ মান)
  - সময় t যত বাড়তে থাকবে ($t \to \infty$), e^{-at}-এর মান তত কমতে কমতে শূন্যের (0) কাছাকাছি চলে যাবে।
- চিত্রে (b) দেখুন, গ্রাফটি $t = 0$ থেকে শুরু হয়ে সময়ের সাথে সাথে একদম মাটিতে নুয়ে এসে শূন্য (0) হয়ে যাচ্ছে।

মূল কথা (Takeaway):

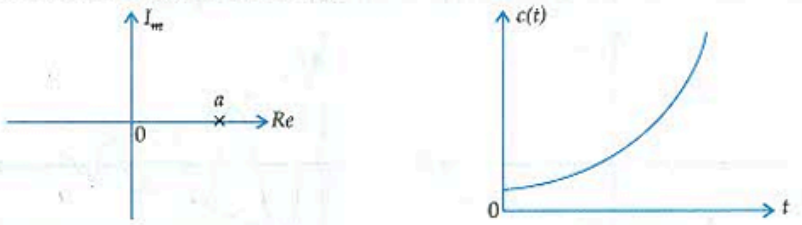
Pole যদি s-plane-এর **বামপাশে (Negative Real Axis)** থাকে, তবে তার আউটপুট সময়ে সাথে সাথে শূন্যে নেমে আসে। ফলে সিস্টেমটি **Stable (স্থির/নিরাপদ)** হয়।

(b) Pole on Positive Real Axis

Consider a system having simple pole on positive real axis at $s = a$, the corresponding impulse response is given by

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\frac{K}{s-a} = K.e^{at} \qquad ...(5.4)$$

The response increases exponentially with time, hence the system is unstable. The simple pole and response are shown in Fig. 5.2 (*a*) and (*b*).



(*a*) Simple pole on positive real axis (*b*) Response

Fig. 5.2.

এটি আগেরটির ঠিক উল্টো ঘটনা। এখানে Pole (পোল) যদি s-plane-এর **পজিটিভ রিয়েল অ্যাক্সিসে (ডানপাশে)** থাকে, তবে সিস্টেমটি কেন **Unstable** হয় তা দেখানো হয়েছে।

সহজ ৩টি পয়েন্টে বুঝে নিন:

১. Pole-এর অবস্থান ($s = a$)

- চিত্রে (a) দেখুন, Pole-কে '$\times$' চিহ্ন দিয়ে ডানপাশে পজিটিভ রিয়েল অ্যাক্সিসে (a) দেখানো হয়েছে।
- এর Transfer Function হলো: $G(s) = \frac{K}{s-a}$

২. Inverse Laplace Transformation

$G(s)$-কে Inverse Laplace Transformation করলে এর Impulse Response $g(t)$ দাঁড়ায়:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s-a}\right\} = Ke^{at}$$

৩. সময় বাড়লে কী ঘটে? (Unstability-র প্রমাণ)

- এবার পাওয়ারে পজিটিভ সাইন আছে (Positive Exponential e^{at}):
  - সময় t যত বাড়তে থাকবে ($t \to \infty$), e^{at}-এর মান জ্যামিতিক হারে (exponentially) দ্রুত বাড়তে থাকবে এবং একসময় **অসীম (∞)** হয়ে যাবে।
- চিত্রে (b) দেখুন, গ্রাফটি সময়ের সাথে সাথে হু হু করে ওপরের দিকে উঠে যাচ্ছে এবং কোনো সীমার মধ্যে আটকানো যাচ্ছে না।

মূল কথা (Takeaway):

Pole যদি s-plane-এর **ডানপাশে (Positive Real Axis)** চলে যায়, তবে আউটপুট অনিয়ন্ত্রিতভাবে বাড়তে থাকে। তাই সিস্টেমটি **Unstable (অস্থির/বিপজ্জনক)** হয়ে পড়ে।

(c) Pole at the Origin : Consider a Pole at Origin

$$\therefore \qquad g(t) = \mathcal{L}^{-1}\frac{K}{s} = K \qquad ...(5.5)$$

This is constant value, hence the system is marginally stable. If there are two poles at the origin, the time response would be

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\frac{K}{s^2} = Kt \qquad ...(5.6)$$

(a) Single pole at origin (b) Response due to single pole

Fig. 5.3.

(a) Double pole at origin (b) Impulse response

Fig. 5.4.

এখানে Origin (মূলবিন্দু, $s = 0$)-এ Pole থাকলে কী ঘটে তা ২ টি কেসে দেখানো হয়েছে:

কেস ১: Origin-এ একটি মাত্র Pole (Single Pole at Origin)

- Transfer Function: $G(s) = \frac{K}{s}$
- Impulse Response:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s}\right\} = K$$

- ব্যাখ্যা (Fig 5.3):
  আউটপুট $g(t)$-এর মান সবসময় একটি ধ্রুবক সংখ্যা (K) হয়ে থাকে। এটি সময়ের সাথে কভূও কমে শূন্য (0) হয় না, আবার বেড়ে অসীম (∞)-ও হয় না।
  - ফলাফল: সিস্টেমটি Marginally Stable।

কেস ২: Origin-এ একাধিক Pole (Double Pole at Origin)

- Transfer Function: $G(s) = \frac{K}{s^2}$
- Impulse Response:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s^2}\right\} = K \cdot t$$

- ব্যাখ্যা (Fig 5.4):
  এখানে সময় t যত বাড়বে, আউটপুট $g(t) = Kt$ এর মানও সোজা র্যাম্প (Ramp) ধরে সোজা ওপরের দিকে বাড়তে থাকবে ($t \to \infty$ হলে $g(t) \to \infty$)।
  - ফলাফল: একাধিক পোল অরিজিনে থাকলে সিস্টেমটি Unstable হয়ে যায়।

মূল কথা (Takeaway):

Origin-এ একটি Pole থাকলে সিস্টেমটি Marginally Stable হয়, কিন্তু একাধিক (Repeated/Multiple) Pole থাকলে সিস্টেমটি Unstable হয়ে পড়ে।

Fig. 5.4.

(d) Complex Pole in the Left Half of s-plane

Let the transfer function has a complex conjugate poles at $s = -\alpha \pm j\omega$. The time response due to the complex conjugate poles is given by

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K}{s+\alpha-j\omega} + \frac{K}{s+\alpha+j\omega}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2K(s+\alpha)}{(s+\alpha)^2+\omega^2}\right] = 2K e^{-\alpha t}\cos\omega t \quad ...(5.7)$$

When t increases $g(t)$ approaches zero and the system is stable. The complex poles and corresponding time response is shown in Fig. 5.5(*a*) and 5.5(*b*) respectively.

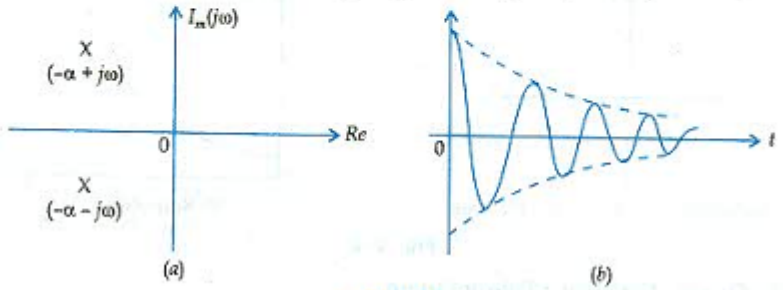


Fig. 5.5.

এখানে **s-plane-এর বামপাশে (Left Half of s-plane) Complex Conjugate Poles** থাকলে সিস্টেমের রেসপন্স এবং স্থায়িত্ব (Stability) কেমন হয় তা দেখানো হয়েছে।

সহজ ৩টি ধাপে মূল বিষয়টি বুঝে নিন:

১. Pole-এর অবস্থান ($s = -\alpha \pm j\omega$)

- **Real part ($-\alpha$):** এটি নেগেটিভ হওয়ায় চিত্রে (a) পোল দুটিকে অক্ষের **বামপাশে** জোড়ায় (conjugate pair) দেখানো হয়েছে।
- **Imaginary part ($\pm j\omega$):** এর কারণে রেসপন্সে কাঁপন বা **Oscillation ($\cos \omega t$)** তৈরি হয়।

২. Inverse Laplace Transformation

পোল দুটোকে ইনভার্স ল্যাপ্লাস করলে Impulse Response দাঁড়ায়:

$$g(t) = 2Ke^{-\alpha t}\cos(\omega t)$$

৩. গ্রাফ ও স্থায়িত্ব (Stability Analysis)

- $e^{-\alpha t}$ **(Damping Factor):** পাওয়ারে মাইনাস থাকার কারণে সময় t বাড়লে আউটপুট কমতে থাকে।
- $\cos(\omega t)$ **(Oscillation Factor):** এর কারণে তরঙ্গ বা ঢেউয়ের মতো ওঠানামা তৈরি হয়।

গ্রাফের আচরণ (Fig 5.5b):

সময় বাড়ার সাথে সাথে ঢেউয়ের মতো দুলতে দুলতে (Oscillate করতে করতে) আউটপুটটি অবশেষে **শূন্যের (0) কাছাকাছি নেমে স্থির হয়ে যায়** (যাকে Damped Oscillation বলা হয়)।

মূল কথা (Takeaway):

Complex Pole যদি **s-plane-এর বামপাশে (Left-Half)** থাকে, তবে সিস্টেমটি Oscillatory হলেও সময়ের সাথে সাথে থেমে গিয়ে **Stable** হয়ে যায়।

(e) Complex Poles in the Right Half of s-plane

Suppose the system has complex conjugate poles at $s = \alpha \pm j\omega$. The time response is given by

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{s-\alpha-j\omega} + \frac{A}{s-\alpha+j\omega}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2A(s-\alpha)}{(s-\alpha)^2+\omega^2}\right] = 2\,A\,e^{\alpha t}\cos\omega t \quad ...(5.8)$$

Hence, the response increases exponentially sinusoid with time and therefore the response is unstable. The poles and time response shown in Fig. 5.6(a) and 5.6(b) respectively.

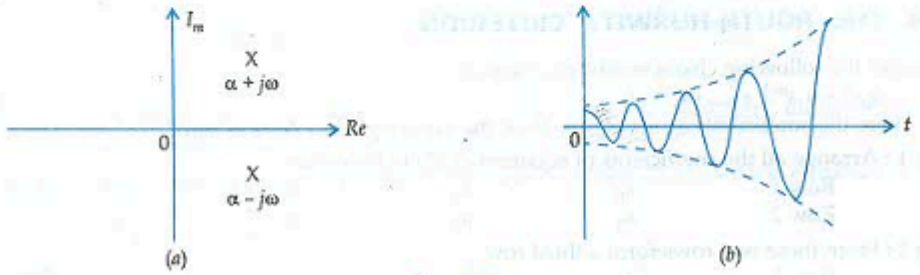


Fig. 5.6.

এটি আগের টপিকের ঠিক বিপরীত ঘটনা। এখানে s-plane-এর ডানপাশে (Right Half of s-plane) Complex Conjugate Poles থাকলে সিস্টেমের আউটপুট কীভাবে অনিয়ন্ত্রিত হয়ে Unstable হয় তা দেখানো হয়েছে।

সহজ ৩টি ধাপে বুঝে নিন:

১. Pole-এর অবস্থান ($s = \alpha \pm j\omega$)

- **Real part ($+\alpha$):** এটি পজিটিভ হওয়ায় চিত্রে (a) পোল দুটিকে অক্ষের ডানপাশে জোড়ায় (conjugate pair) দেখানো হয়েছে।
- **Imaginary part ($\pm j\omega$):** এর কারণে সিস্টেমে কাঁপন বা Oscillation ($\cos \omega t$) তৈরি হয়।

২. Inverse Laplace Transformation

পোল দুটোকে ইনভার্স ল্যাপ্লাস করলে Impulse Response দাঁড়ায়:

$$g(t) = 2Ae^{\alpha t}\cos(\omega t)$$

৩. গ্রাফ ও স্থায়িত্ব (Stability Analysis)

- $e^{\alpha t}$ **(Growth Factor):** পাওয়ারে পজিটিভ সাইন থাকার কারণে সময় t বাড়ার সাথে সাথে এর মান জ্যামিতিক হারে (exponentially) দ্রুত বড় হতে থাকে।
- $\cos(\omega t)$ **(Oscillation Factor):** এর জন্য তরঙ্গ বা ঢেউয়ের মতো ওঠানামা তৈরি হয়।

গ্রাফের আচরণ (Fig 5.6b):

সময় বাড়ার সাথে সাথে ঢেউয়ের মতো দুলতে দুলতে (Oscillate করতে করতে) এর বিস্তার বা Amplitude থামার বদলে **ক্রমশ বড় হয়ে অসীমের (∞) দিকে ধাবিত হয়।**

মূল কথা (Takeaway):

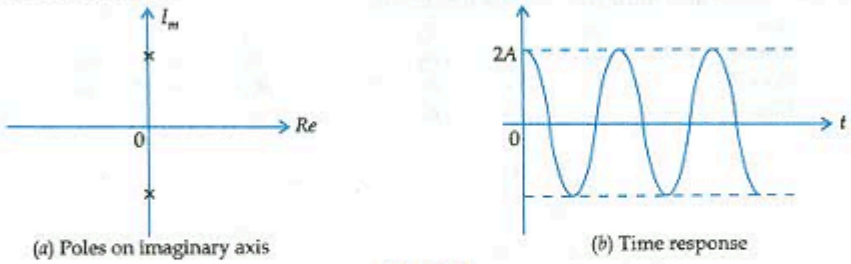
Complex Pole যদি **s-plane-এর ডানপাশে (Right-Half)** চলে যায়, তবে তার দুলুনির মাত্রা সময়ের সাথে সাথে অনিয়ন্ত্রিতভাবে বড় হতে থাকে। ফলে সিস্টেমটি **Unstable** হয়ে পড়ে।

(f) Poles on $j\omega$-axis

If the system having the complex poles on $j\omega$-axis the corresponding time response would be

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{s+j\omega} + \frac{A}{s-j\omega}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2As}{s^2+\omega^2}\right] = 2A\cos\omega t \qquad ...(5.9)$$

The response is marginally stable. The equation (5.9) shows the sustained oscillations of constant amplitude. This situation will also be considered unstable.



(a) Poles on imaginary axis (b) Time response

Fig. 5.7.

The overall transfer function is given by

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad ...(5.10)$$

The characteristic equation is $1 + G(s)H(s) = 0$. ...(5.11)

The necessary and sufficient condition that a feedback system be stable is that all the zeros of the characteristic equation $1 + G(s)H(s) = 0$ have negative real part. Or, in terms of poles we can say that the necessary and sufficient condition that a feedback system be stable is that all the poles of overall transfer function have negative real part.

এখানে **Imaginary Axis ($j\omega$-axis)-এর ওপর Pole থাকলে** সিস্টেমের আচরণ কী হয় এবং পুরো টপিকের মূল সিদ্ধান্ত (Summary Condition) আলোচনা করা হয়েছে।

১. $j\omega$-অক্ষের ওপর Pole-এর প্রভাব ($s = \pm j\omega$)

- **pole-এর অবস্থান:** চিত্রে (a) দেখুন, পোল দুটি কাল্পনিক বা $j\omega$-অক্ষের ওপর অবস্থিত (কোনো Real part নেই, অর্থাৎ $\alpha = 0$)।
- **Inverse Laplace Transformation:**

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2As}{s^2 + \omega^2}\right] = 2A\cos(\omega t)$$

গ্রাফ ও স্থায়িত্ব (Fig 5.7b):

- এখানে কোনো Exponential Term (e^{-at} বা e^{at}) নেই। তাই তরঙ্গটি সময়ের সাথে সাথে ছোটও হবে না, আবার বড়ও হবে না।
- এটি একই বিস্তার বা Amplitude ($2A$) বজায় রেখে **আজীবন ঢেউয়ের মতো দুলতে থাকবে (Sustained Oscillation)**।
- **ফলাফল:** সিস্টেমটি **Marginally Stable** (বা ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আনস্ট্যাবল হিসেবেও গণ্য করা হয়)।

২. পুরো বিষয়ের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ সারসংক্ষেপ (Bottom Line Condition)

পৃষ্ঠার নিচের অংশে একটি সিস্টেম Stable হওয়ার **একমাত্র প্রধান শর্ত** লিখে দেওয়া হয়েছে:

$$\text{Characteristic Equation: } 1 + G(s)H(s) = 0$$

- **Stability Condition:** একটি ফিডব্যাক সিস্টেমকে সম্পূর্ণ **Stable** হতে হলে তার Characteristic Equation-এর **সমস্ত Pole-কে s-plane-এর বামপাশে (Negative Real Part)** থাকতে হবে।
- যদি একটি পোলও ডানপাশে চলে যায় বা $j\omega$-অক্ষে একাধিক পোল থাকে, তবে সিস্টেমটি **Unstable** হয়ে যাবে।

এক নজরে পোল অবস্থান ও স্থায়িত্ব:

Pole-এর অবস্থান	Impulse Response-এর চরিত্র	Stability status
Left Half (বামপাশে)	সময়ের সাথে কমে শূন্য (0) হয়	**Stable**
Right Half (ডানপাশে)	সময়ের সাথে বেড়ে অসীম (∞) হয়	**Unstable**
Origin / $j\omega$-axis (এক জোড়া)	নির্দিষ্ট মান বা ফিক্সড দোলনে থাকে	**Marginally Stable**

Routh Stability Criterion (বা Routh-Hurwitz Stability Criterion) হলো একটি গাণিতিক পদ্ধতি, যার মাধ্যমে কোনো সিস্টেমের Transfer Function-এর **Characteristic Equation ($1 + G(s)H(s) = 0$)** সরাসরি সমাধান না করেই সিস্টেমটি **Stable** নাকি **Unstable** তা সহজে বলে দেওয়া যায়।

সহজ কথায়: বড় কোনো বহুপদী সমীকরণের (যেমন $s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 6s + 2 = 0$) মূল বা Root/Pole নির্ণয় করা বেশ কঠিন। রাউথ স্টেবিলিটি টেস্ট কোনো রুট ক্যালকুলেট না করেই বলে দেয় s-plane-এর ডানপাশে (Right Half) কোনো পোল আছে কি না।

কেন এটি ব্যবহার করা হয়?

1. **পোল বের করার ঝামেলা নেই:** সমীকরণ সমাধান করে পোলগুলোর সঠিক মান বের করার কোনো দরকার পড়ে না।
2. **ডানপাশের পোল গণনাকারী:** s-plane-এর ডানপাশে (Right Half) মোট কতটি পোল আছে তা সরাসরি বলে দেয়।
3. **প্যারামিটার ডিজাইন:** সিস্টেমের অনির্ধারিত গেইন (যেমন K)-এর মান কত হলে সিস্টেম স্ট্যাবল থাকবে, তা নির্ধারণ করা যায়।

কিভাবে কাজ করে (Routh Array Method)?

সহজ ২টি শর্ত ও ধাপ মেনে এটি কাজ করে:

- **শর্ত ১ (Necessary Condition):** Characteristic Equation-এর সবকটি সহগ (Coefficient) উপস্থিত থাকতে হবে এবং সবার চিহ্ন (+ বা -) একই হতে হবে। কোনো পাওয়ার মিসিং থাকলে বা চিহ্ন বদলে গেলে সিস্টেমটি শুরুতেই **Unstable** বলে ধরে নেওয়া হয়।
- **শর্ত ২ (Sufficient Condition - Routh Array):** সমীকরণের সহগগুলো দিয়ে একটি টেবিল বা ম্যাট্রিক্স (Routh Array) তৈরি করা হয়।

মূল সিদ্ধান্ত (Routh Criterion Rule)

> "Routh Array-এর প্রথম কলামে (1st Column) যতবার চিহ্ন পরিবর্তিত হবে (যেমন প্লাস থেকে মাইনাস বা মাইনাস থেকে প্লাস), s-plane-এর ডানপাশে (Right Half) ঠিক ততটি পোল থাকবে।"

- প্রথম কলামে কোনো চিহ্ন পরিবর্তন না হলে: কোনো পোল ডানপাশে নেই $\rightarrow$ System is Stable.
- প্রথম কলামে চিহ্ন পরিবর্তন হলে (যেমন ২ বার বদলালে): ডানপাশে ২টি পোল আছে $\rightarrow$ System is Unstable.

5.3. NECESSARY BUT NOT SUFFICIENT CONDITIONS FOR STABILITY

Consider a system with characteristic equation

$$a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \ldots + a_m = 0 \qquad \ldots(5.12)$$

(*a*) All the coefficients of the equation should have same sign,

(*b*) There should be no missing term.

If above two conditions are not satisfied the system will be unstable. But if all the coefficients have same sign and there is no missing term we have no guarantee that the system will be stable. For stability we use Routh-Hurwitz Criterion.

sign changes of the elements in the ...
in the right half of the s-plane (or equals to the number of roots with positive real parts)

Example 5.1. Check the stability of the system whose characteristic equation is given by

$$s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 4s + 1 = 0$$

Solution : Obtain the array of coefficients as follows

s^4	1	6	1
s^3	2	4	
s^2	4	1	
s^1	3.5		
s^0	1		

$$b_1 = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4, \qquad c_1 = -\frac{1}{4}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 3.5$$

$$b_2 = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 1, \qquad d_1 = -\frac{1}{3.5}\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3.5 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

Since, all the coefficients in the first column are of the same sign (positive), the given equation has no roots with positive real parts. Hence, the system is stable.

... equation is given by

১. ৩টি লাইন কীভাবে বের করে? (কনসেপ্ট)

Routh Array তৈরি করার পর আমাদের নজর দিতে হয় **১ম কলামে (First Column)**:

1. **No. of sign changes in first column:**
   ১ম কলামের উপর থেকে নিচে সংখ্যাগুলোর চিহ্ন (+ বা -) খেয়াল করুন:
   - যদি ১ম কলামের সব সংখ্যাই **+ (পজিটিভ)** হয়, তবে কোনো চিহ্ন পরিবর্তন হয়নি $\rightarrow$ ০।
   - যদি মানগুলো এমন থাকে: $+1, +4, -3, +2 \rightarrow$ এখানে $+4$ থেকে -3 (১ম পরিবর্তন) এবং -3 থেকে $+2$ (২য় পরিবর্তন), অর্থাৎ মোট সাইন চেঞ্জ = ২।
2. **No. of roots/poles in right half of s-plane:**
   রাউথের সূত্র হলো: **"১ম কলামে যতবার সাইন চেঞ্জ হবে, s-plane-এর ডানপাশে ঠিক ততটি পোল থাকবে।"**
   - তাই সাইন চেঞ্জ 0 হলে ডানপাশে পোল = ০।
   - সাইন চেঞ্জ 2 হলে ডানপাশে পোল = ২।
3. **Conclusion (System Stability):**
   - ডানপাশে ০টি পোল থাকলে $\rightarrow$ **System is Stable.**
   - ডানপাশে ১ বা একাধিক পোল থাকলে $\rightarrow$ **System is Unstable.**

২. Example 5.1-এর সহজ সমাধান (Example 5.5-এর বয়ানে)

Given Characteristic Equation:

$$s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 4s + 1 = 0$$

Routh Array:

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^4	1	6	1
s^3	2	4	
s^2	$\frac{(2\times6)-(1\times4)}{2} = \mathbf{4}$	$\frac{(2\times1)-(1\times0)}{2} = \mathbf{1}$	
s^1	$\frac{(4\times4)-(2\times1)}{4} = \mathbf{3.5}$		
s^0	$\mathbf{1}$		

১ম কলামের সংখ্যাগুলো হলো:

$$+1, \quad +2, \quad +4, \quad +3.5, \quad +1$$

যেহেতু সবকটি সংখ্যাই পজিটিভ (+), তাই কোনো সাইন চেঞ্জ হয়নি।

Example 5.5-এর মতো ৩ লাইনের ফাইনাল অ্যানসার:

No. of sign changes in first column = 0

No. of roots in right half of s-plane = 0

Hence, the system is stable.

roots with positive real parts. Hence, the system

Example 5.2. Determine the stability of the system whose characteristic equation is given by

$$2s^4 + 2s^3 + s^2 + 3s + 2 = 0$$

Solution

Example 5.2-এর সহজ ও সম্পূর্ণ সমাধান:

Given Characteristic Equation:

$$2s^4 + 2s^3 + s^2 + 3s + 2 = 0$$

১. Routh Array তৈরি:

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^4	2	1	2
s^3	2	3	0
s^2	$\frac{(2\times1)-(2\times3)}{2} = \mathbf{-2}$	$\frac{(2\times2)-(2\times0)}{2} = \mathbf{2}$	
s^1	$\frac{(-2\times3)-(2\times2)}{-2} = \frac{-6-4}{-2} = \mathbf{5}$	0	
s^0	$\frac{(5\times2)-(-2\times0)}{5} = \mathbf{2}$		

২. ১ম কলামের সাইন চেঞ্জ (Sign Changes) পর্যবেক্ষণ:

১ম কলামের মানগুলো পর পর সাজালে পাওয়া যায়:

$$+2 \quad \longrightarrow \quad +2 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{-2} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{+5} \quad \longrightarrow \quad +2$$

- $+2$ থেকে $-2 \rightarrow$ **১ম সাইন চেঞ্জ** (প্লাস থেকে মাইনাস)
- -2 থেকে $+5 \rightarrow$ **২য় সাইন চেঞ্জ** (মাইনাস থেকে প্লাস)

অর্থাৎ, ১ম কলামে মোট ২ বার চিহ্নের পরিবর্তন (Sign Change) হয়েছে।

৩. শেষ ৩ লাইনের সিদ্ধান্ত:

No. of sign changes in first column = **2**

No. of roots in right half of s-plane = **2**

Hence, the system is unstable.

two roots in the right ...

Example 5.3. Determine the stability of the system having following characteristic equation

$$2s^4 + 5s^3 + 5s^2 + 2s + 1 = 0$$

Solution :

s^4	2	5	1
s^3	5	2	
s^2	4.2	1	
s^1	0.809		
s^0	1		

From the above Routh table :
No. of sign changes in first column = 0
No. of poles on the right hand side of s-plane = 0
Hence, the system is stable.

Hence, the system is stable.

Example 5.4. Check the stability of the system having following characteristic equation.

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

Solution :

s^4	1	3	5
s^3	2	4	
s^2	1	5	
s^1	-6		
s^0	5		

$$b_1 = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1, \qquad b_2 = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 5$$

$$c_1 = -\frac{1}{1}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -6, \qquad d_1 = -\frac{1}{(-6)}\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} = 5$$

From above table :
No. of sign changes in first column = 2
No. of roots in right half of s-plane = 2
Hence, the system is unstable.

১. Routh Table-এ কলাম কয়টি হবে তা বুঝবেন কীভাবে?

Routh Table-এ কয়টি কলাম (Column) হবে তা বের করার একদম সহজ নিয়ম হলো সমীকরণের সর্বোচ্চ পাওয়ার (Highest Power of s) দেখা:

1. সর্বোচ্চ পাওয়ার জোড় (Even) হলে (যেমন s^4, s^6):

$$\text{কলাম সংখ্যা} = \frac{\text{সর্বোচ্চ পাওয়ার}}{2} + 1$$

   - যেমন s^4-এর জন্য: $\frac{4}{2} + 1 = 3$ টি কলাম।

2. সর্বোচ্চ পাওয়ার বিজোড় (Odd) হলে (যেমন s^3, s^5):

$$\text{কলাম সংখ্যা} = \frac{\text{সর্বোচ্চ পাওয়ার} + 1}{2}$$

   - যেমন s^3-এর জন্য: $\frac{3+1}{2} = 2$ টি কলাম।

Hence, system is stable.

EXAMPLE 5.6. Check the stability of the system, having following characteristic equation.

Solution: $s^5 + 6s^4 + 3s^3 + 2s^2 + s + 1 = 0$

s^5	1	3	1
s^4	6	2	1
s^3	2.67	0.83	
s^2	0.135	1	
s^1	−18.95		
s^0	1		

No. of sign change in first column = 2

No. of poles on right half of s-plane = 2

Hence, system is unstable.

SPECIAL CASES

Case 1 : If a first column term in any row is zero, but the remaining terms are not zero or there is no remaining term, then multiply the original equation by a factor $(s + a)$ where 'a' is any positive real number. The simplest value of 'a' is 1 (take $a = 1$). Consider the following example.

EXAMPLE 5.7. Investigate the stability

$s^5 + s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 3s + 5 = 0$

Solution :

s^5	1	2	3
s^4	1	2	5
s^3	0		
s^2			
s^1			
s^0			

Now, multiply the characteristic equation by $(s + 1)$

$(s + 1)(s^5 + s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 3s + 5) = 0$

or, $s^6 + 2s^5 + 3s^4 + 4s^3 + 5s^2 + 8s + 5 = 0$

s^6	1	3	5	5
s^5	2	4	8	
s^4	1	1	5	
s^3	2	−2		
s^2	2	5		
s^1	−7			
s^0	1			

From the above table :

No. of sign change in the first column = 2

No. of roots in the right half of s-plane = 2

Hence, system is unstable.

EXAMPLE 5.8. **Apply Routh-Hurwitz criterion to the following equation and investigate the stability.**

$$s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10 = 0$$

Solution :

s^5	1	2	11
s^4	2	4	10
s^3	0		
s^2			
s^1			
s^0			

Since, the third element in first column is zero, so multiply the equation by $(s + 1)$

$$(s + 1)(s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10) = 0$$

or $$s^6 + 3s^5 + 4s^4 + 6s^3 + 15s^2 + 21s + 10 = 0$$

s^6	1	4	15	10
s^5	3	6	21	
s^4	2	8	10	
s^3	−6	6		
s^2	10	10		
s^1	12			
s^0	1			

From the above table it is clear that there are two changes of sign in first column, therefore there are two roots in the right half of s-plane. The system is unstable.

ALTERNATIVE METHOD

Replace the zero by a small positive quantity ε and continue the procedure. Consider the following example.

EXAMPLE 5.9. **Consider the following equation**

$$s^3 + s + 2 = 0$$

Solution :

s^3	1	1
s^2	0	2
s^1		
s^0		

Replace 0 by ε and continue the procedure.

s^3	1	1
s^2	ε	2
s^1	$-\frac{1}{\varepsilon}(2-\varepsilon)$	–
s^0	2	

No. of sign changes in first column = 2

No. of roots in right of s-plane = 2

Case 2 : When any one row of Routh table is zero.

When any one row of Routh table is zero, it indicates that the equation has at least one pair of roots which lie radially opposite each other and equidistant from origin. The array can be completed by forming the auxiliary polynomial. The polynomial whose coefficients are the element of the row just above the row of zeros in Routh array is called an auxiliary polynomial. Consider the following example

Case 2 : When any one row of Routh table is zero.

When any one row of Routh table is zero, it indicates that the equation has at least one pair of roots which lie radially opposite each other and equidistant from origin. The array can be completed by forming the auxiliary polynomial. The polynomial whose coefficients are the element of the row just above the row of zeros in Routh array is called an auxiliary polynomial. Consider the following example

EXAMPLE 5.10. **Consider the equation**

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$$

Solution :

s^5	1	24	– 25
s^4	2	48	– 50
s^3	0	0	
s^2			
s^1			
s^0			

From above table it is clear that the third row is zero. Hence form the auxiliary polynomial. $A(s)$

$$A(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50$$

$$\frac{dA(s)}{ds} = 8s^3 + 96s$$

Now the Routh array can be written as

s^5	1	24	– 25
s^4	2	48	–50
s^3	8	96	
s^2	24	– 50	
s^1	112.6		
s^0	– 50		

No. of sign changes in first column = 1

No. of roots in right half of s-plane = 1

The roots of the equation formed by the auxiliary polynomial

$$2s^4 + 48s^2 - 50 = 0$$

are also the roots of the original equation.

The given equation can be written in factored form as

$$(s+1)(s-1)(s+j5)(s-j5)(s+2) = 0$$

It is clear that the original equation has one root with positive real part.

The roots of the auxiliary equation are also the roots of the characteristic equation because auxiliary equation is the part of characteristic equation. Suppose, original characteristic equation is of order six *i.e.*, having six roots and auxiliary equation is of order four *i.e.*, having four roots. These four roots are also the roots of the original characteristic equation and remaining (6 – 4 = 2) two roots will always lie to the left half of s-plane and these two roots do not have significant role for stability because they lie far away from imaginary axis. The roots of the auxiliary equations are dominant roots,* the stability can also be determined from the roots of the auxiliary equation.

Consider the following characteristic equation :

$$S^6 + 2S^5 + 8S^4 + 12S^3 + 20S^2 + 16S + 16 = 0$$

S^6	1	8	20	16
S^5	2	12	16	0
S^4	2	12	16	0
S^3	0	0	0	0
S^2				
S^1				
S^0				

Auxiliary equation $A(s) = 2S^4 + 12S^2 + 16 = 0$, $\frac{dA(s)}{ds} = 8S^3 + 24S$. Since, the order of the characteristic equation is six and order of auxiliary equation is four, the two roots (6 – 4 = 2) lie to the left half of s-plane and four roots of auxiliary equations are dominant roots.

* Dominant roots means the roots are close to the imaginary axis or on the imaginary axis or they are in right half of s-plane.

S^6	1	8	20	16
S^5	2	12	16	0
S^4	2	12	16	0
S^3	8	24	0	0
S^2	6	16	0	
S^1	2.67	0		
S^0	16			

No sign change in first column, the system may be stable, since there is a row of zeros it means the roots are lying on imaginary axis. So solve the auxiliary equation $A(s) = 0$.

$$2S^4 + 12S^2 + 16 = 0$$

Put $S^2 = x$

$$\therefore \quad 2x^2 + 12x + 16 = 0$$

or

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x+2)(x+4) = 0$$

$$x + 2 = 0, \qquad x + 4 = 0$$

$$x = -2, \qquad x = -4$$

$$S^2 = -2, \qquad S^2 = -4$$

$$S = \pm j\sqrt{2}, \qquad S = \pm j2$$

Since, the roots are nonrepeated on imaginary axis, hence the system is marginally stable.

No. of roots with positive real part = 0

No. of roots with negative real part = 2

No. of roots with zero real part = 4

Important Note : If Sign changes in first column, system is unstable. The number of roots with positive real part of characteristics equation will be equal to the number of sign changes *i.e.*, the roots are located in right half of s-plane. But if no sign changes in first column the system may be stable. In such case stability can be determined by solving auxiliary equation for roots and from the location of roots, stability can be determined.

সংক্ষেপে মনে রাখার সহজ শর্টকাট:

- রো জিরো হলো + ১ম কলামে সাইন চেঞ্জ এলো → **Unstable** (Example 5.10)
- রো জিরো হলো + ১ম কলামে কোনো সাইন চেঞ্জ এলো না → **Marginally Stable** (Page 206-207 এর ২য় অংকটি)

Example 5.10 Solution

Given Characteristic Equation:

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$$

Step 1: Construct the initial Routh Array

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^5	1	24	-25
s^4	2	48	-50
s^3	0	0	

Since all elements of the s^3 row are zero, this is a special case of a zero row.

Step 2: Form the Auxiliary Polynomial $A(s)$

Taking coefficients from the row just above the zero row (i.e., the s^4 row):

$$A(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50$$

Differentiating $A(s)$ with respect to s:

$$\frac{dA(s)}{ds} = 8s^3 + 96s$$

Step 3: Complete the Routh Array

Replacing the zero row (s^3) with the coefficients 8 and 96:

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^5	1	24	-25
s^4	2	48	-50
s^3	8	96	
s^2	$\frac{(8\times48)-(2\times96)}{8} = \mathbf{24}$	$\mathbf{-50}$	
s^1	$\frac{(24\times96)-(8\times-50)}{24} = \mathbf{112.67}$		
s^0	$\mathbf{-50}$		

...

...

Step 4: Stability Analysis

The elements of the first column are:

$$+1, \quad +2, \quad +8, \quad +24, \quad +112.67, \quad \mathbf{-50}$$

- There is **1 sign change** in the first column (from $+112.67$ to -50).

Final Exam Conclusion:

- No. of sign changes in first column = **1**
- No. of roots in the right half of s-plane = **1**
- **Hence, the system is unstable.**

Example Problem (Page 206-207)

Given Characteristic Equation:

$$s^6 + 2s^5 + 8s^4 + 12s^3 + 20s^2 + 16s + 16 = 0$$

Step 1: Construct the initial Routh Array

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^6	1	8	20
s^5	2	12	16
s^4	2	12	16
s^3	0	0	0

...

Since all elements of the s^3 row are zero, this is a special case of a zero row.

Step 2: Form the Auxiliary Polynomial $A(s)$

Taking coefficients from the row just above the zero row (i.e., the s^4 row):

$$A(s) = 2s^4 + 12s^2 + 16$$

Differentiating $A(s)$ with respect to s:

$$\frac{dA(s)}{ds} = 8s^3 + 24s$$

Replacing the zero row (s^3) with coefficients 8 and 24:

Power	Column 1	Column 2	Column 3
s^6	1	8	20
s^5	2	12	16
s^4	2	12	16
s^3	8	24	0
s^2	6	16	0
s^1	2.67	0	
s^0	16		

Step 4: Solve the Auxiliary Equation $A(s) = 0$

Since there is **no sign change** in the first column, we must solve $A(s) = 0$ to find the location of roots:

$$2s^4 + 12s^2 + 16 = 0$$

Dividing by 2:

$$s^4 + 6s^2 + 8 = 0$$

Let $s^2 = x$:

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x + 2)(x + 4) = 0$$

So, $x = -2$ and $x = -4$.

Substituting back $x = s^2$:

1. $s^2 = -2 \implies s = \pm j\sqrt{2}$
2. $s^2 = -4 \implies s = \pm j2$

Final Exam Conclusion:

- No. of sign changes in first column = **0**
- No. of roots with positive real part (Right Half of s-plane) = **0**
- No. of non-repeated roots on imaginary axis ($j\omega$-axis) = **4**
- **Hence, the system is marginally stable.**

Solution

Step 1: Find the Open-Loop Transfer Function $G(s)$ and Feedback $H(s)$

From the given block diagram:

- Forward path gain, $G(s) = \frac{1000}{(s+2)(s+3)(s+5)}$
- Feedback, $H(s) = 1$ (Unity feedback system)

Step 2: Derive the Characteristic Equation

The characteristic equation of a closed-loop system is given by:

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

$$\implies 1 + \frac{1000}{(s+2)(s+3)(s+5)} = 0$$

$$\implies (s+2)(s+3)(s+5) + 1000 = 0$$

First, multiply the terms in the bracket:

$$(s+2)(s+3) = s^2 + 5s + 6$$

Now multiply by $(s+5)$:

$$(s^2 + 5s + 6)(s+5) = s^3 + 5s^2 + 5s^2 + 25s + 6s + 30$$

$$= s^3 + 10s^2 + 31s + 30$$

Adding the 1000:

$$s^3 + 10s^2 + 31s + 30 + 1000 = 0$$

$$\mathbf{s^3 + 10s^2 + 31s + 1030 = 0}$$

Step 3: Construct the Routh Array

Coefficients:

- s^3 row: $1, 31$
- s^2 row: $10, 1030$

Power	Column 1	Column 2
s^3	1	31
s^2	10	1030
s^1	$\frac{(10\times31)-(1\times1030)}{10} = \frac{310-1030}{10} = \mathbf{-72}$	0
s^0	$\frac{(-72\times1030)-(10\times0)}{-72} = \mathbf{1030}$	

...

Step 4: Stability Analysis

The elements of the first column are:

$$+1, \quad +10, \quad \mathbf{-72}, \quad \mathbf{+1030}$$

Checking the sign changes:

1. From $+10$ to $-72 \rightarrow$ **1st sign change**
2. From -72 to $+1030 \rightarrow$ **2nd sign change**

Conclusion

- No. of sign changes in the first column = **2**
- No. of roots in the right half of s-plane = **2**
- **Hence, the system is unstable.**

Solution

Given Characteristic Equation:

$$S^5 + S^4 + 2S^3 + 2S^2 + KS + 15 = 0$$

Putting $K = 84$ (Last 2 digits of ID):

$$S^5 + S^4 + 2S^3 + 2S^2 + 84S + 15 = 0$$

Step 1: Construct the initial Routh Array

Power	Column 1	Column 2	Column 3
S^5	1	2	84
S^4	1	2	15
S^3	$\frac{(1\times2)-(1\times2)}{1} = \mathbf{0}$	$\frac{(1\times84)-(1\times15)}{1} = \mathbf{69}$	

Since the first element of the S^3 row is 0 while the remaining term is non-zero (69), this is **Special Case 1 (First element in a row is zero)**.

Step 2: Apply Special Case 1 Method

Multiply the original equation by $(S+1)$:

$$(S+1)(S^5 + S^4 + 2S^3 + 2S^2 + 84S + 15) = 0$$

Expanding the expression:

$$S^6 + S^5 + 2S^4 + 2S^3 + 84S^2 + 15S + S^5 + S^4 + 2S^3 + 2S^2 + 84S + 15 = 0$$

Combining like terms:

$$\mathbf{S^6 + 2S^5 + 3S^4 + 4S^3 + 86S^2 + 99S + 15 = 0}$$

Step 3: Construct the New Routh Array

Power	Column 1	Column 2	Column 3
S^6	1	3	86
S^5	2	4	99
S^4	$\frac{(2\times3)-(1\times4)}{2} = \mathbf{1}$	$\frac{(2\times86)-(1\times99)}{2} = \mathbf{36.5}$	$\mathbf{15}$
s^3	$\frac{(1\times4)-(2\times36.5)}{1} = \mathbf{-69}$	$\frac{(1\times99)-(2\times15)}{1} = \mathbf{69}$	
S^2	$\frac{(-69\times36.5)-(1\times69)}{-69} = \mathbf{37.5}$	$\mathbf{15}$	
S^1	$\frac{(37.5\times69)-(-69\times15)}{37.5} = \mathbf{96.6}$		
S^0	$\mathbf{15}$		

Step 4: Stability Analysis

The elements of the first column are:

$$+1, \quad +2, \quad +1, \quad \mathbf{-69}, \quad \mathbf{+37.5}, \quad +96.6, \quad +15$$

Checking sign changes:

1. From $+1$ to $-69 \rightarrow$ **1st sign change**
2. From -69 to $+37.5 \rightarrow$ **2nd sign change**

Conclusion

- No. of sign changes in the first column = **2**
- No. of roots in the right half of s-plane = **2**
- **Hence, the system is unstable.**